****

**Lista de Análise Combinatória e Probabilidades**

**Leandro Mocelin, Raisa Silva, Carla** **Morani  
SETEMBRO/2023**

**1 – Numa lanchonete há 5 tipos de sanduíche, 4 tipos de refrigerante e 3 tipos de sorvete. De quantas maneiras podemos tomar um lanche composto de 1 sanduíche, 1 refrigerante e 1 sorvete?**

Aplicando o princípio multiplicativo a essa questão, temos:

5 \* 4 \* 3 = 60

**2 – De quantas maneiras uma família de 5 pessoas pode sentar-se num banco de 5 lugares para tirar uma foto?**

Aplicando o princípio multiplicativo a essa questão, temos:

5 \* 4 \* 3 \* 2 \* 1 = 120

**3 – Um clube tem 30 membros. A diretoria é formada por um presidente, um vice-presidente, um secretário e um tesoureiro. Se uma pessoa pode ocupar apenas um desses cargos, de quantas maneiras é possível formar uma diretoria?**

Aplicando o princípio multiplicativo a essa questão, temos:

30 \* 29 \* 28 \* 27 = 657720

**4 – Num sofá há lugares para 4 pessoas. De quantas maneiras diferentes podem sentar-se 6 pessoas?**

C(6,4) = 6! / (4! \* (6 - 4)!)

Calculando os fatoriais:

6! = 6 \* 5 \* 4 \* 3 \* 2 \* 1 = 720 4! = 4 \* 3 \* 2 \* 1 = 24 (6 - 4)! = 2! = 2 \* 1 = 2

Agora, substituímos esses valores na fórmula de combinação:

C(6,4) = 720 / (24 \* 2)

C(6,4) = 720 / 48

C(6,4) = 15

**5 – Em um plano são marcados 6 pontos distintos, dos quais 3 nunca estão em linha reta.**

**a) Quantos segmentos de reta podemos traçar ligando-os 2 a 2?**

C (n, p) = n! / ((n-p)! \* p!) sendo n = 6 e p = 2:

C (6,2) = 6! / ((6-2)! \* 2!)  
C (6,2) = 6! / (4! \* 2!)  
C (6,2) = 720 / (24 \* 2)  
C (6,2) = 720 / 48  
C (6,2) = 15 segmentos de retas possíveis

**b) Quantos triângulos podemos formar tendo sempre 3 deles como vértices?**

C (n, p) = n! / ((n-p)! \* p!) sendo n = 6 e p = 3:  
C (6,3) = 6! / ((6-3)! \* 3!)  
C (6,3) = 6! / (3! \* 3!)  
C (6,3) = 720 / (6 \* 6)  
C (6,3) = 720 / 36  
C (6,3) = 20 triângulos possíveis!

**6 – Numa prova de 10 questões, o aluno deve resolver apenas 6. De quantas maneiras diferentes ele poderá escolher essas 6 questões?**

Aplicando o princípio multiplicativo a essa questão, temos:

10 \* 9 \* 8 \* 7 \* 6 \* 5 = 720  
No entanto, como o aluno deve resolver apenas 6 questões, precisamos dividir o número de possibilidades lineares por 6! que é o número de maneiras de ordenar 6 questões.

720 / 6! = 210

**7 – Quantas diagonais tem o decágono? E o** **icoságono?**

Um decágono é um polígono com 10 lados, e um icoságono é um polígono com 20 lados. Você pode calcular o número de diagonais em cada um desses polígonos usando a fórmula:

Número de diagonais = (n \* (n - 3)) / 2

Onde "n" é o número de lados do polígono.

Para um decágono (10 lados):

Número de diagonais = (10 \* (10 - 3)) / 2 Número de diagonais = (10 \* 7) / 2 Número de diagonais = 70 / 2 Número de diagonais = 35

Um decágono tem 35 diagonais.

Para um icoságono (20 lados):

Número de diagonais = (20 \* (20 - 3)) / 2 Número de diagonais = (20 \* 17) / 2 Número de diagonais = 340 / 2 Número de diagonais = 170

Um icoságono tem 170 diagonais.

**8 – Determine quantos são os anagramas da palavra ANALISTA?**

Número de anagramas = 8! / (3! \* 2!)

Onde:

"8" é o número total de letras na palavra.

A letra "A" se repete 3 vezes, então "3!" é o fatorial de 3.

A letra "N" se repete 2 vezes, então "2!" é o fatorial de 2.

Agora, calcule os fatoriais:

8! = 8 \* 7 \* 6 \* 5 \* 4 \* 3 \* 2 \* 1 = 40,320 3! = 3 \* 2 \* 1 = 6 2! = 2 \* 1 = 2

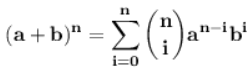
Substitua esses valores na fórmula:

Número de anagramas = 40,320 / (6 \* 2)

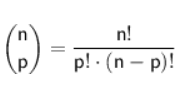
Número de anagramas = 40,320 / 12

Número de anagramas = 3,360

**9 – Desenvolva**

Usando o binômio de Newton :

**(x + 2)^5** = x^(5-0)2^0 + x^(5-1)2^1 + x^(5-2)2^2 + x^(5-3)2^3 + x^(5-4)2^4 + x^(5-5)2^5

Agora, utilizando a relação de números binomiais :

**(x + 2)^5** = (5!/(0!\*(5-0)!) \* (x^(5-0)\*2^0) + (5!/(1!\*(5-1)!) \* (x^(5-1)\*2^1) + (5!/(2!\*(5-2)!) \* (x^(5-2)\*2^2) + (5!/(3!\*(5-3)!) \* (x^(5-3)\*2^3) + (5!/(4!\*(5-4)!) \* (x^(5-4)\*2^4) + (5!/(5!\*(5-5)!) \* (x^(5-5)\*2^5) =

**(x + 2)^5** = x^5\*1 + 5/1! \* x^4\*2 + 5\*4/2! \* x^3\*4 + 5\*4/2! \* x^2\*8 + 5/1! \* x^1\*16 + x^0\*32 =

**(x + 2)^5** = 1 \* x^5 + 5 \* 2x^4 + 10 \* 4x^3 + 10 \* 8x^2 + 5 \* 16x^1 + 1 \* 32x^0 =

**(x + 2)^5** = x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32

**10 – Sobre uma reta são marcados 7 pontos, e sobre a outra, paralela à primeira, são marcados 3 pontos. Qual é o número de triângulos com vértices em três desses pontos?**

C(n,p) = n! / ((n-p)! \* p!) sendo n = 7 e p = 2:  
C(7,2) = 7! / ((7-2)! \* 2!)  
C(7,2) = 7! / ((5)! \* 2!)  
C(7,2) = 7! / (5! \* 2!)  
C(7,2) = 5040 / (120 \* 2)  
C(7,2) = 5040 / 240  
C(7,2) = 21 combinações para a reta de 7 pontos

C(n,p) = n! / ((n-p)! \* p!) sendo n = 3 e p = 2:  
C(3,2) = 3! / ((3-2)! \* 2!)  
C(3,2) = 3! / ((1)! \* 2!)  
C(3,2) = 6 / (1 \* 2)  
C(3,2) = 6 / 2  
C(3,2) = 3 combinações para a reta de 3 pontos

21 \* 3 = 63  
07 \* 3 = 21

63 + 21 = 84 triângulos possíveis

**11 – Uma casa tem 4 portas que ligam o interior ao exterior. De quantos modos essa casa pode ser aberta?**

Número de maneiras de abrir uma porta: 2

Número de maneiras de abrir duas portas: 2 \* 2

Número de maneiras de abrir três portas: 2 \* 2 \* 2

Número de maneiras de abrir quatro portas: 2 \* 2 \* 2 \* 2

= 16

**12 – No lançamento de duas moedas distinguíveis, defina o espaço amostral e os eventos A: ocorrência de exatamente uma cara, B: ocorrência de coroa em ambas; C: ocorrência de pelo menos uma cara.**

Portanto, o espaço amostral é dado por S = {(cara, cara), (cara, coroa), (coroa, cara), (coroa, coroa)}.

Os eventos A, B e C são definidos da seguinte forma:

Evento A: ocorrência de exatamente uma cara

Espaço de eventos: {(cara, coroa), (coroa, cara)}

Evento B: ocorrência de coroa em ambas

Espaço de eventos: {(coroa, coroa)}

Evento C: ocorrência de pelo menos uma cara

Espaço de eventos: {(cara, cara), (cara, coroa), (coroa, cara)}

**13 – Numa caixa há 6 bolas brancas e 4 bolas vermelhas. Qual é a probabilidade de ao acaso, retirar:**

Como na caixa existem 6 bolas brancas e 4 bolas vermelhas, então temos um total de 10 bolas.

**a) Uma bola vermelha;**

probabilidade = número de casos favoráveis / número de casos possíveis

P = 4 / 10

Simplificando, P = 2 / 5

**b) Uma bola branca.**

P = 6 / 10

Simplificando, P = 3 / 5

**14 – Uma máquina produziu 50 parafusos dos quais 5 eram defeituosos. Ao pegar ao acaso 3 parafusos, qual é a probabilidade de que:**

**a) Os três sejam perfeitos?**

C (n, p) = n! / ((n-p)! \* p!) sendo n = 45 e p = 3:

C (45,3) = 45! / ((45-3)! \* 3!)  
C (45,3) = 45! / ((42)! \* 3!)  
C (45,3) = 45! / (42! \* 3!)  
C (45,3) = 45 \* 44 \* 43 \* 42! / (42! \* 3!)  
C (45,3) = 45 \* 44 \* 43 / 3!  
C (45,3) = 85.140 / 6  
C (45,3) = 14.190

**b) Os três sejam defeituosos?**

C (n, p) = n! / ((n-p)! \* p!) sendo n = 5 e p = 3:

C (5,3) = 5! / ((5-3)! \* 3!)  
C (5,3) = 5! / ((2)! \* 3!)  
C (5,3) = 5! / (2! \* 3!)  
C (5,3) = 120 / (2 \* 6)  
C (5,3) = 120 / 12  
C (5,3) = 10

**c) Pelo menos dois sejam defeituosos?**

C (n, p) = n! / ((n-p)! \* p!) sendo n = 50 e p = 2:

C (50,2) = 50! / ((50-2)! \* 2!)  
C (50,2) = 50! / ((48)! \* 2!)  
C (50,2) = 50! / (48! \* 2!)  
C (50,2) = 50 \* 49 \* 48! / (48! \* 2!)  
C (50,2) = 50 \* 49 / 2!  
C (50,2) = 2.450 / 2  
C (50,2) = 1.225

**d)Pelo menos um seja defeituoso?**

C (n, p) = n! / ((n-p)! \* p!) sendo n = 50 e p = 1:

C (50,1) = 50! / ((50-1)! \* 1!)  
C (50,1) = 50! / ((49)! \* 1!)  
C (50,1) = 50! / (49! \* 1!)  
C (50,1) = 50 \* 49! / (49! \* 1!)  
C (50,1) = 50 / 1  
C (50,1) = 50

**15 – Uma família planejou ter 3 crianças. Qual é a probabilidade de que a família tenha 3 homens, já que a primeira criança que nasceu é homem?**

Considerando M como Mulher e H como Homem, temos essas possibilidades:  
{MMM, MMH, MHM, MHH, HHH, HHM, HMH, HMM}   
Mas, como a primeira criança nascida foi homem, as possibilidades restantes são:  
{HHH, HHM, HMH, HMM}  
Sendo assim, a probabilidade de nascer 3 homens é de 1/4 .

**16 – Num conjunto de 100 parafusos, 90 deles estão em boas condições. Dois deles são retirados, sucessivamente, ao acaso, sem reposição. Qual é a probabilidade de que o primeiro parafuso defeituoso seja encontrado na 2ª retirada?**

Probabilidade = número de casos favoráveis / numero de casos possíveis

P = (90/100) \* (10/99)  
P = 9 / 99  
P = 1 / 11

**17 – Um dado é jogado 7 vezes. Qual é a probabilidade de sair o número 5 quatro vezes?**

Número de maneiras de escolher o número 5 quatro vezes: 7C4

Número de maneiras de escolher um número para os outros três lançamentos: 6C3

Número total de resultados possíveis: 7C4 \* 6C3

= (7! / 4! \* 3!) \* (6! / 3! \* 3!)

= 7 \* 6 / 4 \* 3 \* 6 \* 5 / 3 \* 2

= 35

Número de resultados favoráveis: 6C4

= 6! / 4! \* 2!

= 6 \* 5 / 4 \* 2

= 15

Probabilidade: 15/35

= 0,28125

**18 – Um dado foi lançado 1000 vezes, obtendo-se os seguintes resultados:**

***Face 1 – 157*** = 15,7%

***Face 2 – 171*** = 17,1%

***Face 3 – 160*** = 16,0%

***Face 4 – 166*** = 16,6%

***Face 5 – 171*** = 17,1%

***Face 6 – 175*** = 17,5%

**Na sua opinião, o dado jogado é honesto? Justifique.**

Probabilidade de cada face = 1/6 Número esperado de ocorrências de cada face = (1/6) \* 1000 = 166.67

Para determinar se essas diferenças são estatisticamente significativas, podemos realizar um teste de qui-quadrado (chi-squared). A fórmula para o qui-quadrado é a seguinte:

χ² = Σ [(observado - esperado) ² / esperado]

Vamos calcular o valor do qui-quadrado para esses dados:

χ² = [(157 - 166.67) ² / 166.67] + [(171 - 166.67) ² / 166.67] + [(160 - 166.67) ² / 166.67] + [(166 - 166.67) ² / 166.67] + [(171 - 166.67) ² / 166.67] + [(175 - 166.67) ² / 166.67]

χ² ≈ 1.02765

O valor correto do qui-quadrado é de aproximadamente 1.02765.

Agora, vamos continuar com o teste de qui-quadrado e compará-lo com o valor crítico para determinar se o dado é honesto.

Determine o valor crítico de qui-quadrado para um nível de significância de 0,05 e 5 graus de liberdade. O valor crítico é aproximadamente 11.07.

Compare o valor calculado de qui-quadrado (1.02765) com o valor crítico (11.07). Como 1.02765 é significativamente menor do que 11.07, não temos evidências estatísticas para rejeitar a hipótese nula de que o dado é justo.

Portanto, com base no cálculo corrigido, parece que o dado é honesto de acordo com o teste de qui-quadrado.